АВТОМАТИКА, ЭЛЕКТРОНИКА, ПРИБОРОСТРОЕНИЕ

УДК 621.391.1

О НЕКОТОРЫХ АСПЕКТАХ СОВРЕМЕННОЙ ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИ

Борисенко А.А.

Теория информации, несмотря на ее почти полувековое развитие, сегодня не имеет законченного вида и, более того, даже не располагает приемлемым определением понятия информации. Особенность теории состоит в том, что она исследует не материальные объекты, а их отношения, порядок и структуру. Наиболее часто теория информации рассматривается как раздел теории вероятностей. Поэтому вероятностно-статистический подход в теории информации на сегодня является преобладающим. Однако этот подход ограничивает применение теории информации случайными процессами, что является его существенным недостатком. Поэтому наряду со статистической теорией информации развивается и другое направление - структурная теория информации, изучающая процессы детерминированной переработки информации. Однако теоретические результаты в этой области не столь глубоки по сравнению с результатами, полученными в области статистической теории информации, хотя как раз результаты структурной теории информации и представляют наибольшую практическую ценность в вычислительной технике, теории кодирования, системах искусственного интеллекта. Поэтому дальнейшая разработка структурной теории информации является актуальной проблемой. При этом существенным условием ее развития является отсутствие противоречий со статистической теорией информации. Тогда можно будет говорить о разработке общей теории информации, охватывающей все разнообразие ее применений - от систем связи до дедуктивных систем и физических задач.

Такую теорию можно получить, используя теорию множеств. Показываем, как на ее основе довольно легко, используя меру Хартли, выводится основополагающая формула теории информации Шеннона, которая им была введена аксиоматически на основе интуитивных требований к мере информации [1].

Допустим, что задано множество R, содержащее M объектов. Требуется найти один из этих объектов по имеющимся его признакам. Для этого вводим процедуру разбиения множества R на некоторое целое число $K\geq 2$ классов эквивалентности, содержащих целые количества K_j, $j=1, 2, \ldots K$ объектов, так что

$$\sum_{j=1}^{k} K_j = M. \qquad (1)$$

Тогда количество информации,передаваемое признаком a_j j-го класса эквивалентности, о наличии в нем искомого объекта при использовании меры Хартли, определится как

$$i_j = \log_2 M - \log_2 K_j. \qquad (2)$$

Среднее количество информации, передаваемое признаком a_j в этом случае

$$i = (\sum_{i=1}^{M} i_j)/M = (\sum_{j=1}^{K} K_j \log_2(M/K_j))/M = -\sum_{j=1}^{K} P_j \log_2 P_j \qquad (3)$$

$$P_j = \frac{K_j}{M}, \qquad 1 \leq K_j \leq M.$$

Так как отношение P_j может быть интерпретировано, как вероятность признака a_j j-го класса эквивалентности о наличии в нем искомого объекта, то выражение (3) как по форме, так и по содержанию представляет известную формулу энтропии (меру информации) Шеннона [1]. Разница здесь состоит в том, что Шеннон вероятности P_j оценивал на основе статистических испытаний и поэтому не испытывал необходимости в знании величин M и K_j , а при теоретико-множественном подходе точное знание этих величин необходимо.

Проведя дальнейшие разбиения классов K_j на новые классы эквивалентности, получим информацию, передаваемую их признаками. Эта процедура будет длится до тех пор, пока в последнем классе эквивалентности останется только один искомый объект. Какой класс разбивать на том или ином шаге разбиения,определяется с помощью специального теста, который определяет наличие или отсутствие искомого объекта в том или ином классе эквивалентности. Этот тест собственно и является генератором информации. Роль такого теста, например, в задаче о фальшивой монете выполняют рычажные весы [2]. Очевидно, что на каждом шаге разбиения энтропия искомого объекта уменьшается и, когда класс эквивалентности содержит лишь один объект, равна нулю. Соответственно количество выработанной при этом информации $J=\log_2 M$. Функцию признаков представителей классов эквивалентности на практике часто выполняют буквы a_i из некоторого алфавита $A=\{a_1, a_2,\ldots, a_k\}$. Последовательности этих букв называют словами. Слово есть не что иное, как набор представителей классов эквивалентности при пошаговом разбиении некоторого исходного множества из M слов до получения класса эквивалентности,содержащего один объект.

Таким образом, слово идентифицирует искомый объект, является его кодом и способно уже без теста указать приемнику информации класс эквивалентности, в котором этот объект находится. Для этого каждую букву входного слова необходимо сравнивать с буквой,представляющей тот или иной класс эквивалентности в приемнике информации,и при их совпадении соответствующий класс определяется как искомый, а затем уже в нем производится дальнейшее разбиение. Эта процедура известна, как процедура дешифрации входных слов. Устройство, реализующее эту функцию,должно для решения задачи сравнения содержать в своей памяти все возможные слова, т.е. обладать информационной емкостью

$$\theta = M\log_2 M. \qquad (4)$$

Возвращаясь к формуле (3), видим, что при

$$P_j = \frac{K}{M} = \frac{1}{K} \qquad i = \log_2 K,$$

а при

$$K_j = K = 1 \qquad i = \log_2 M,$$

т.е. мы приходим снова к мере Хартли. Особенность этой меры в том, что в ее основе лежит равнозначность $P_j=P$ и,соответственно,$K_j=K$. Основание логарифма 2 в нашем случае показывает, что разбиение M искомых объектов происходит на два класса эквивалентности, кодируемых, например, буквами I и O. Меры информации i в рассматриваемом случае есть не что иное, как среднее число шагов (не обязательно целое) до получения класса эквивалентности, содержащего один объект. А так как мера Хартли является основой для меры Шеннона,то можно утверждать, что информация как по Хартли,так и по Шеннону измеряется средним числом шагов разбиения на K классов эквивалентности до получения класса эквивалентности с одним объектом.

Различают два взаимосвязанных вида информации - априорную и апостериорную. Априорная задается ограничениями задачи и известна до начала разбиения на классы эквивалентности. Апостериорную получают в процессе сужения числа искомых объектов или возможностей при решении задачи. Априорная информация часто носит характер избыточности, т.е. известна приемнику информации, и тогда может возникнуть задача ее устранения и соответственно сжатия информации. Количество генерируемой источником априорной информации

$$I = \log_2 N - \log_2 M, \tag{5}$$

где $N=K^n$ - число возможных объектов, среди которых M допустимых и N-M запрещенных, т.е. о которых заранее известно, что среди них нет искомого.

Процесс восстановления исходной информации приемником состоит из двух шагов - распознавания входных безизбыточных слов дешифратором, т.е. получение приемником апостериорной информации J и введение в эти слова избыточной информации.

Поэтому структура приемника должна состоять из дешифратора и шифратора, хранящего избыточную информацию.

Последний должен обладать информационной емкостью

$$J = M(\log_2 N - \log_2 M). \tag{6}$$

Общая информационная емкость приемника

$$G = \theta + J = M \log_2 N. \tag{7}$$

Дифференцируя функцию (6):

$$\frac{dJ}{dM} = \log_2 N - \log_2 M - \log_2 e = 0$$

получим, что при M=N/e информационная емкость шифратора J достигает максимального значения

$$J^{\max} = \frac{N}{e} \log_2 e \approx 0.52N. \tag{8}$$

Поэтому, если выражения (4, 6, 7) рассматривать как математическую модель структуры приемника информации, то можно утверждать, что в случае M=N/e она достигает максимальной сложности, и, соответственно, элементы шифратора несут максимальную информационную нагрузку, т.е. приемник работает в наиболее эффективном режиме. А так как структура приемника информации представляет собой структуру универсального преобразователя информации, то можно говорить о довольно общем утверждении.

Полученная модель позволяет с несколько иных позиций взглянуть и на такое понятие, как ценность информации. Представим, что M=N. Тогда из приемника информации необходимо исключить шифратор, а, следовательно, и дешифратор, так как задача дешифрации теряет смысл. Приемник информации вырождается в простую линию связи. Ценность передаваемой информации для такого приемника равна нулю. Другой крайний случай: M=1. Тогда из системы связи исключается дешифратор, а шифратор вырождается в регистр, хранящий одну двоичную последовательность длиной $\log_2 N$. В этом случае из системы связи исключается источник информации, а ценность информации не имеет смысла. Поэтому данный случай также необходимо исключить из рассмотрения. Крайний случай, который представляет для нас интерес, это M=2. Определим ценность информации в виде отношения априорной информации, содержащейся в слове, к апостериорной:

$$Z = \frac{I}{J} = \frac{\log_2 N - \log_2 M}{\log_2 M} = \frac{\theta}{J}, \qquad (9)$$
$$N \geq M \geq 2.$$

Очевидно, что величина Z растет при увеличении I, что свидетельствует об особом значении для ценности информации количества априорных знаний, содержащихся в памяти приемника информации.

Например, в ответе на вопрос: есть ли жизнь на Марсе - не может содержаться больше одного бита апостериорной информации. Однако, имеющиеся априорные знания человечества о возможных последствиях ответа на этот вопрос делают ценность ответа на него чрезвычайно высокой. Таким образом, решение детермированных задач так или иначе связано с разбиением множества допустимых возможностей на классы эквивалентности до получения класса с одной возможностью. При этом происходит генерирование апостериорной информации, которая совместно с априорной создает окончательное решение задачи в виде слова, представляющего собой последовательность признаков классов эквивалентности, в которые входит искомое решение.

Ценность апостериорной информации, поступающей на вход приемника,определяется величиной априорной информации, содержащейся в его памяти, и чем последней больше, тем выше ценность входной информации.

SUMMARY

The article is about the possibility to construct the structural information theory based on theoretic-plural approach. This approach uses procedure separating into equivalent classes. The organic relation between Shannon's information theory and the structural information theory is shown. The mathematical model of an information destination is suggested and the idea of information value is substantiated with the structural information theory's point of view.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. Пер. с англ. - М.: Изд. иностр. лит., 1963. - 830 с.
2. Яглом Л.М., Яглом И.М. Вероятность и информация. М.: Наука, 1973. - 511 с.

Поступила в редколлегию 5 мая 1994 года.

УДК 621.391.1

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ С БИНОМИАЛЬНЫМ ОСНОВАНИЕМ

Борисенко А.А., Онанченко Е.Л., Кобяков А.Н.

Развитие вычислительной техники и кибернетики привело к открытию нетрадиционных помехоустойчивых систем счисления, в качестве оснований которых используются не показательные функции, а более сложные, например, ряд Фибоначчи. Первоначально на эти системы счисления смотрели как на интересные математические объекты